

論文

地域間人口移動と中央政府の役割

東 裕 三*

1. はじめに

地域間における公共財供給や人口配分における最適性については古くから議論されている (Buchanan and Wagner (1970), Buchanan and Goetz (1972))。そのなかでも、Flatters et al. (1974) は特に地域間の人口配分について重要な研究を行っている。これはティブー仮説による帰結はパレート最適な資源配分を達成できないことを示唆しており、中央政府による地域間相互の補助金が重要な政策になることを示した研究となっている。ティブー仮説とは、地域住民が各地方政府によって提示された課税と公共財供給を比較して、自身の効用が最も高くなる地域に移動するため、地方政府は住民を集めようとより低い課税でより良い公共財を供給し、公共財が効率的に供給されるというものである。Flatters et al. (1974) は各地域で公共財が効率的に供給されていたとしても、地域間で人口配分が非効率である場合が存在することを指摘した。

地域間の人口配分の最適性は、ある地域に住民が限界的に1人流入した際の既存の地域住民へ与える効果で考えることができる。ある地域に住民が1人流入したとき、その地域では限界生産力だけ生産物が増加するが、一方で、流入した住民はその地域で私的財を消費する。前者が地域へ住民が流入することの限界便益であり、後者が地域へ住民が流入することの限界費用となる。限界費用より限界便益の方が大きい場合、その差だけ生産物が余剰となるため、その余剰を地域住民に分配することにより地域の効用水準が増加することになる。この場合、さらにその地域に住民を流入させることで、地域内でパレート改善することが可能となる。逆に、限界便益よりも限界費用の方が大きい場合、1人流入させることで、地域内で消費可能な生産物は減少する。このとき、地域から住民を流出させることで、地域内の効用水準を増加させることができる。このように、地域間における人口の最適な配分は、住民を1人流入させたときの、限界便益と限界費用に等しくなるように住民数を決定することで、最適になることが分かる。

地域間で住民を最適に配分するための条件は、このように考察することができるが、市場経済の自由な住民移動によって、この条件が達成されるか否かは、非常に難しい問題となる。Flatters et al. (1974) では、これは住民が移動する際に、自身が地域へ流入することで地域へ与える限界便益と限界費用を考慮しないことが原因であることを指摘している。住民はあくまでも自分自身の効用

* 釧路公立大学経済学部准教授、E-mail: higashi@kushiro-pu.ac.jp

水準を最大にするように地域間を移動し、地域間の効用水準が均等化されるところで地域間の住民移動が停止する。これはティブー仮説のように住民が地域間を移動した場合、人口配分は最適にならず、パレート最適は達成されないことを示唆している。このような場合、地方政府間ではパレート最適な状態になれないため、Flatters et al. (1974) は中央政府による地域間相互の補助金政策によって、地域間においてパレート改善させることが可能であることを理論的に明らかにしている。

市場経済における住民の自由な行動によって地域間人口配分が非効率的になる問題はFlatters et al. (1974) 以降も研究がなされ、Myers (1990) によって新たな展開が指摘された。Myers (1990) は住民移動関数(地域住民数が各地域の公共財や補助金などの財政変数で決まる)を考慮し、地方政府が地域間相互の補助金を行えば、地域間の人口配分が最適になることが明らかにされた。この結果は、中央政府の役割は必要最小限に縮小されるべきであることを示唆し、中央集権的な財政制度よりも地方分権が好ましいとされる理論的根拠となっている。Myers (1990) の研究から長い年月が経過したが、わが国の財政制度は地域間相互の補助金ではなく、中央政府が行う補助金が主流である。わが国の中央集権的な補助金制度が効率的であるのか否かを考察する際には、その有効性を最初に分析した Flatters et al. (1974) をサーベイすることは重要である。Flatters et al. (1974) の研究結果を吟味し、地域間における人口配分の非効率性とはどのようなものなのか、中央政府による補助金政策がどのようにして地域間人口配分を最適にするのかを考察する。

本稿の議論の流れは以下の通りである。第2節でFlatters et al. (1974) のモデルを詳細にサーベイする。地域間において、公共財、私的財、人口の配分がどのようにしてパレート最適な状態に導かれるのかを考察する。そして、市場経済の自由な住民の意思決定によって、パレート最適な状態が達成可能なのか否かを明らかにする。第3節ではモデルで導出された主要な結果の含意をまとめ、今後の現実的な政策への応用性を検討する。

2. Flatters et al. (1974) モデル¹

2.1 モデルにおける基本的な仮定

2地域からなる経済、地域*A*と地域*B*を考える。この経済における労働者人口は*N*であり、固定されているとする。労働者は2地域間を完全に自由に移動可能である。この経済には地主が存在しており、その総数は*R*で固定されている。地主は両地域のすべての土地を均等に所有し、すべての地代を徴収する。地域*A*には土地あるいは自然資源の量*S*が地域*B*と比較して豊かに賦存している($S_A > S_B$)。両地域では一つの同質的な生産物*Y*が生産され、この生産物*Y*は私的財*C*と公共財*P*の生産に用いられ、私的財と公共財の限界変形率は1である。この経済の生産関数は次式のよう表される。

$$Y_i = F^i(N_i, S_i), \quad i = A, B \quad (2.1)$$

F^i は凹関数であり、かつ1次同次関数である。すなわち、労働の限界生産力は正($F_N^i > 0$)であり、限界生産力は逓減する($F_{NN}^i < 0$)²。(2.1)式の下付き添え字の*i*は地域を示している。

¹本節の議論はFlatters et al. (1974) の議論に拠るところが多い。

² $F_N^i = \partial F^i(N_i, S_i) / \partial N_i$, $F_{NN}^i \equiv \partial^2 F^i(N_i, S_i) / \partial N_i^2$ である。

この経済における公共財は各地域内において純粋公共財である。地域に追加的な住民が新たに居住したとすると、その新たな住民はその地域で供給されている公共財の総量を消費することができ、かつ既存の住民の公共財の消費量を減らすことはない。住民はその地域に居住したときにのみ、その地域で供給されている公共財を消費することができる。各地域内での公共財供給の支出は各地域内の住民の租税によって賄われる。すなわち、居住地原則や受益者負担原則に基づいた課税であり、源泉地原則課税は想定しない。

本稿では2つのソーシャル・プランナーの問題を設定し、公共財、私的財、地域人口のパレート最適な資源配分の条件を考察する。第1に、1地域のみにおける地域住民の効用最大化問題を考え、第2に、経済全体(2地域)におけるパレート最適な資源配分の問題を考察しパレート最適条件を導出する。

2.2 1地域のみの経済におけるパレート最適条件

本細節では1地域のみの経済におけるソーシャル・プランナーの最適化問題を考える。ここでのソーシャル・プランナーは次のような状態に直面している。地主の人口 R は固定されており、この地域のすべての土地を所有している。ソーシャル・プランナーは、自由な地域間の住民移動、地主の任意のある一定の効用水準、この経済の資源制約、生産制約を制約条件として1人当たり労働者の効用水準を最大化とする。

この地域への追加的な1人の労働者が流入すると、2つの効果がある。第1は地域のすべての住民は公共財負担の割合が減少する効果である。一方で、地域において人口が1人だけ増加すると労働の限界生産力を逡減させる効果がある。前者は限界的な人口増加に伴う限界便益であり、後者は限界費用であり、このような限界便益と限界費用が一致するように、この経済の住民数が決定される。

ソーシャル・プランナーの最適化問題はラグランジュ未定乗数法で解くことができる。ラグランジュ関数 L は次式のように設定することができる。

$$L \equiv U(C_N/N, P) + \lambda_1 [U^0 - U(C_R/R, P)] + \lambda_2 [F(N, S) - C_N - C_R - P] \quad (2.2)$$

ここで、 U は代表的な労働者と地主の効用関数、 U^0 は地主の任意の効用水準、 C_N は労働者の私的財の総消費量、 C_R は地主の私的財の総消費量、 P は公共財の消費量、 N は労働者の住民数、 λ_1 と λ_2 はラグランジュ乗数である。(2.2)式右辺第2項目は地主の効用水準を任意の効用水準で一定にするという制約条件であり、地主の効用水準を一定にしておいて労働者の効用水準を最大にするというパレート最適な資源配分を求めるための制約条件である。生産物 Y は私的財($C_N + C_R$)と公共財 P の生産に用いられるので、(2.2)式右辺の第3項目角括弧内は生産制約(2.1)式を考慮した資源制約である。操作変数 C_N 、 C_R 、 P 、 N 、 λ_1 、 λ_2 に関するラグランジュ関数の1階の条件式を求め、それらの諸式より、次式が導出される³。

³ 導出過程は付録Aを参照のこと。

$$N \frac{U_P}{U_{C_N/N}} + R \frac{U_P}{U_{C_R/R}} = 1 \quad (2.3)$$

$$F_N - \frac{C_N}{N} = 0 \quad (2.4)$$

これらの2つの式はこの経済のパレート最適条件である⁴。(2.3)式⁵と(2.4)式の直観的解釈を説明する。(2.3)式左辺第1項目は労働者の私的財の限界効用で測った公共財の限界便益の総和であり、左辺第2項目は地主の私的財の限界効用で測った公共財の限界便益の総和である。つまり、(2.3)式左辺は、この経済のすべての居住者の私的財の限界効用で測った公共財の限界便益を示している。一方で、(2.3)式右辺は私的財と公共財の限界変形率であり、公共財生産の限界費用である。(2.3)式は公共財の限界便益と限界費用が等しくなるように公共財を供給することが望ましいとする公共財の最適供給条件であり、いわゆるサミュエルソン条件である。

次に(2.4)式は地域人口の最適性に関する条件式である。(2.4)式左辺は、この地域に限界的に1人だけ住民(労働者)が流入した効果を示している。左辺第1項目は住民が1人だけ地域に新たに居住すると、労働の限界生産性 F_N だけの生産物が増加するという効果である。左辺第2項目は流入した新たな住民は、その地域で私的財を (C_N/N) だけ消費するという効果である。前者は住民流入に関する限界便益であり、後者は住民流入の限界費用であると考えられる。このような(2.4)式の左辺は労働の純社会的限界生産物と呼ばれているものである。(2.4)式において、住民流入の限界便益と限界費用が一致するように地域の人口が決定されれば、地域人口は最適になることが示されている。(2.4)式が成立しない場合を考えよう。 $F_N > (C_N/N)$ のとき、追加的な住民の増加によって $F_N - (C_N/N) > 0$ の限界的な生産物の増加を得ることができる。この生産物の増加分を経済の住民(労働者と地主)に配分することで、パレート改善することが可能である。また、 $F_N < (C_N/N)$ であるときには、限界的な住民の増加による追加的な生産物は $F_N - (C_N/N) < 0$ となり、マイナスとなる。この場合においては、地域から労働者を流出させることが最適な政策となる。このように、(2.4)式が成立するように人口を配分することで最適な地域人口が達成されることが分かった。(2.4)式は最適人口配分条件を示している。

また、最適人口配分条件は次のように別の解釈をすることも可能である。(2.4)式は最適な地域人口を達成するために $F_N = (C_N/N)$ を要請するものである。 $NF_N = C_N$ と整理すれば、これは労働者への総賃金 (NF_N) が労働者の私的財総消費量 (C_N) に等しいことであり、労働者の賃金総額を労働者の私的財の総消費量に充てるべきであることを示している。さらに、資源制約と生産関数の1次同次性より、地主の地代収入総額 (SF_S) は地主の私的財総消費量 (C_R) と公共財供給量 (P) に充てられることになる⁶。このような解釈からは(2.4)式はゴールデン・ルールあるいはヘンリー・

⁴ (2.3)式、(2.4)式に制約条件式 $U^0 - U(C_R/R, P)$, $F(N, S) - C_N - C_R - P$ を加えてパレート最適条件である。

⁵ $U_{C_N/N} \equiv \partial U(C_N/N, P) / \partial (C_N/N)$, $U_{C_R/R} \equiv \partial U(C_N/N, P) / \partial (C_R/R)$, $U_P \equiv \partial U(C_N/N, P) / \partial P$ と置いている。

⁶ 完全競争市場のもとでの企業の利潤最大化によって、労働者は労働の限界生産性 (F_N) に等しいだけの賃金を、地主は土地の限界生産性 (F_S) に等しいだけの地代収入を得ているとする。

ジョージ定理とも呼ばれているものである⁷。ヘンリー・ジョージ定理は、最適な地域人口が達成されるためには、労働者の賃金総額は労働者の私的財総消費量に、地主の地代収入総額は地主の私的財総消費量と公共財供給量に充てられなければならないことを明示している。

2.3 2地域経済におけるパレート最適条件

ここでは、2つの地域からなる経済におけるソーシャル・プランナーの最適化問題を設定し、パレート最適条件を考察する。1地域と2地域のモデルでの大きな違いは住民である労働者と地主は2地域間を自由に移動することができる点であり、2地域モデルへ拡張する際には2つの注意すべき点がある。第1に、2地域での最適化問題を考える際には地域間の効用均等化条件を制約としなければならないことである。第2に、すべての地主は地域Aに居住することが地主の効用最大化になるということである。

2地域経済のモデルでは住民が地域Aと地域Bを完全に自由に移動可能とする。このとき、住民は私的財と公共財の供給量を勘案しながら自身の効用水準が最大になるように居住地を選択する。このような完全に自由な地域間の住民移動の下では、両地域で得られる効用水準が均等になるまで住民移動が行われることになる。したがって、住民の地域間移動が収まり居住地選択が決定されているという状況は、地域間の効用均等化条件で示される。

この経済においては、地域Aが地域Bよりも土地が豊かである($S_A > S_B$)ことが仮定されている。そのとき、地主は地域Aに居住した方が、地域Bに居住するよりも効用水準が高くなる。地主は労働を行わず労働賃金を得ないので、地主の居住地選択によって生産の非効率性は生じない。各々の地主は、両地域の土地を均等に所有しており、均等な地代収入を得る。地主の地代収入はどちらの地域に居住しても同一である。このような状況において、すべての地主は地域Aに居住することで私的財消費量を最大にすることができる。また、公共財の税負担が低く、かつより大きな公共財の量を消費することが可能となり、このような財政余剰もより大きくすることができる。したがって、この経済において、すべての地主は地域Aに居住することが最善の意思決定となる。

以上のような状況において、2地域経済におけるソーシャル・プランナーの最適化問題の解(パレート最適条件)は、次のようなラグランジュ関数 L を最適化することで求めることができる。

$$L \equiv U^A(C_A/N_A, P_A) + \lambda_1[U^A(C_A/N_A, P_A) - U^B(C_B/N_B, P_B)] + \lambda_2[U^0 - U(C_R/R, P_A)] \\ + \lambda_3[F^A(N_A, S_A) + F^B(N_B, S_B) - (C_A + C_B + C_R + P_A + P_B)] + \lambda_4[N - (N_A + N_B)] \quad (25)$$

ここで、 U^i ($i = A, B$) は地域 i に居住する労働者の効用関数、 U は地主の効用関数、 C_i は地域 i に居住する労働者の私的財消費量、 P_i は地域 i における公共財供給量、 N はこの経済の総労働者数、 N_i は地域 i に居住する労働者数、 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ はラグランジュ乗数である。(25)式右辺の制約条件を見る。右辺第2項目角括弧内は地域間の効用均等化条件である。この制約条件のもとで地域間の住民移動はおさまり、労働者の居住地選択は決定されていることになる。第

⁷ヘンリー・ジョージ定理の導出過程は付録Bを参照のこと。

3項目角括弧内は地主がある効用水準を得ていることを示した制約条件であり、パレート最適な資源配分を求めるための制約条件である。また、上述のようにすべての地主は地域Aに居住するので、地主の効用関数には地域Aにおける公共財供給水準 P_A が入っている。第4項目角括弧内は生産制約(2.1)式を考慮した2地域経済の資源制約である。この資源制約は両地域の生産物($F^A(N_A, S_A) + F^B(N_B, S_B)$)によって両地域の私的財と公共財($C_A + C_B + C_R + P_A + P_B$)が生産されるというものである。これはソーシャル・プランナーが2地域の最適な資源配分を達成させるために地域間相互の補助金を用いることができることを示している。

(2.5)式のラグランジュ関数を操作変数である $C_A, C_B, C_R, P_A, P_B, N_A, N_B, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ について最適化した1階の条件式群より次のような条件式が得られる⁸。

$$N_A \frac{U_2^A}{U_1^A} + R \frac{U_2^R}{U_1^R} = 1 \quad (2.6)$$

$$N_B \frac{U_2^B}{U_1^B} = 1 \quad (2.7)$$

$$\left(F_N^A - \frac{C_A}{N_A} \right) - \left(F_N^B - \frac{C_B}{N_B} \right) = 0 \quad (2.8)$$

(2.6)式は地域A、(2.7)式は地域Bのサミュエルソン条件である。(2.8)式は2地域間の最適人口配分条件である⁹。各々の直観的解釈は次の通りである。

(2.6)式左辺第1項目は地域Aに居住する労働者の私的財の限界効用で測った公共財の限界効用の総和である。左辺第2項目は地主の私的財の限界効用で測った公共財の限界効用の総和となっている。右辺は私的財と公共財の限界変形率であり、公共財生産の限界費用となっている。(2.6)式は地域Aに居住する労働者と地主の私的財の限界効用で測った公共財の限界便益が公共財の限界費用に等しくなるように公共財が供給されるべきであることを示したものである。(2.7)式も(2.6)式と同様に解釈することができる。すなわち、(2.7)式も地域Bに居住する労働者の私的財の限界効用で測った公共財の限界便益の総和が公共財の限界費用に等しくなるように公共財の供給量を決定すべきであることを示している。

(2.8)式は1地域経済での最適条件の解釈でも述べた労働の純社会的限界生産物が2地域間で等しくなるように地域間で人口配分が決定されるべきであることを示した条件である。ここでの労働の純社会的限界生産物は、次のようなものである。地域 i ($i = A, B$)に限界的に1人の労働者が流入したとすると、地域 i における生産物は F_N^i だけ増加する。一方で、1人の労働者の流入により、私的財消費量は C_i/N_i だけ増加する。これらの差($F_N^i - C_i/N_i$)が労働の純社会的限界生産物である。

⁸ 導出過程については付録Cを参照のこと。

⁹ $U_1^i \equiv \partial U^i(C_i/N_i, P_i)/\partial(C_i/N_i)$, $U_2^i \equiv \partial U^i(C_i/N_i, P_i)/\partial P_i$, $U_1^R \equiv \partial U(C_R/R, P_A)/\partial(C_R/R)$, $U_2^R \equiv \partial U(C_R/R, P_A)/\partial P_A$, $i = A, B$, と置いている。

2.4 市場経済における均衡の非効率性と中央政府による補助金政策

本細節では市場経済において労働者や地主が自由な選択を行った場合、2地域間においてパレート最適な条件が達成されるのか否かを考察する。この経済は完全競争市場であり、労働者は労働の限界生産力に等しいだけの賃金を得ている。また、公共財に関するサミュエルソン条件は各地域で満たされていると仮定する。各地域の公共財供給を賄うための課税は居住地原則課税で賄われるとする。労働者は自身の効用水準が最も高くなる地域に完全に自由に移動可能であり、両地域の効用水準が均等化されるまで地域間を移動する。地主は上述のように土地資源が豊富な地域 A に居住することで財政余剰をより大きくし、効用を最大にする。

労働者は地域間の人口が最適になるように移動を行うことが可能なか否かを考える。いま、各地域の地方政府は居住地原則課税である一括固定税で地域の公共財供給を賄うとする。したがって、各地域の労働者の予算制約は次式ようになる。

$$\frac{C_i}{N_i} = F_N^i - t_i, \quad i = A, B \quad (2.9)$$

ここで、 t_i は一括固定税である。(2.9) 式は労働者が私的財の購入 (C_i/N_i) を課税後所得 ($F_N^i - t_i$) で賄うことを示している。(2.9) 式を t_i について解くと、

$$t_i = F_N^i - \frac{C_i}{N_i}, \quad i = A, B \quad (2.10)$$

を得る。(2.10) 式より $t_A = t_B$ を仮定すると次式を得る。

$$F_N^A - \frac{C_A}{N_A} = F_N^B - \frac{C_B}{N_B} \quad (2.11)$$

すなわち、両地域で課税水準が同一である場合、(2.11) 式のように最適人口配分条件が達成されることが分かる。両地域で課税水準が同一であることは稀であり、通常の自由な労働者の移動において、最適人口配分条件は満たされないことが分かる。

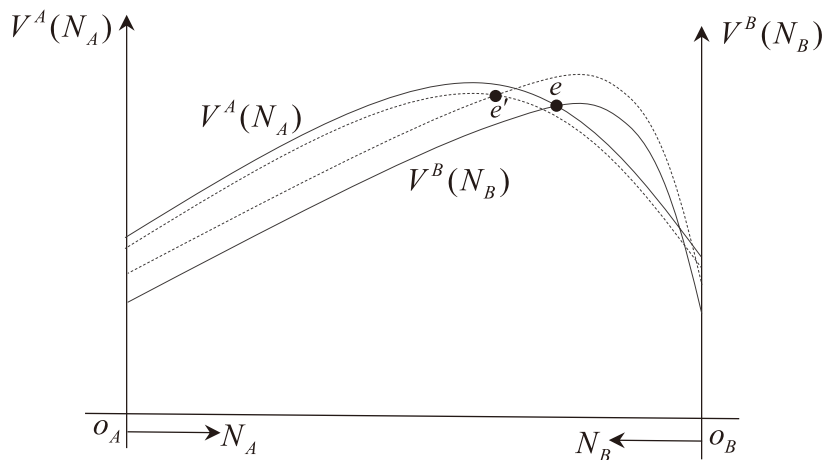
このような人口配分の非効率性の直観的な解釈は次の通りである。労働者は各地域へ流入する際に自分自身の効用水準に注目し効用を最大にするように居住地を決定する。しかしながら、その地域に限界的に1人流入するとその地域には $(F_N^i - C_i/N_i)$ だけの影響を与えているが、各労働者はこの影響を考慮しない。したがって、市場均衡においては(2.11)式は満たされないことが分かる。このような地域間での人口配分の非効率性は中央政府の補助金によって矯正されなければならない。

中央政府の補助金政策によって、地域間の人口配分がどのように改善されるのかを次の図1において考えよう。図1の縦軸は地域 A と地域 B の効用水準を間接効用関数 $V^A(N_A)$, $V^B(N_B)$ で測っている¹⁰。また、横軸は o_A から地域 A の労働者の人口 N_A 、 o_B から地域 B の労働者の人口 N_B

¹⁰ 住民の効用最大化問題から私的財消費量、公共財供給量は地域の労働者数で決まることが分かる。住民の効用水準は私的財消費量と公共財供給量で決定されるが、これら両者は地域の労働者数で決定されるため、住民の効用水準は地域の労働者数で決定されることとなる。住民の最適化問題から導出された私的財消費量、公共財供給量の解関数を効用関数に代入することで、間接効用関数 $V^A(N_A)$, $V^B(N_B)$ が得られる。

を測っており、 $O_A O_B$ の長さは2地域の総労働者数 N に等しい。労働者の自由な移動により、地域間で移動が収まるのは地域間で効用水準が均等化される点 e である。このとき、中央政府による地域間相互の補助金を用いて地域 A の住民から T という課税をとり、地域 $B \rightarrow T$ を補助金として分配したとする。このような政策により、 $V^A(N_A)$ は下方にシフトし、 $V^B(N_B)$ は上方にシフトする。その結果、地域間人口移動によって、 N_A は減少し N_B は増加し、新たな人口配分の均衡は点 e' となる。中央政府の補助金政策によって、両地域の効用水準は点 e から点 e' の水準にまで上昇することが分かる。市場による労働者の自由な移動によって最適な人口配分は通常達成されない。しかしながら、このような中央政府による適切な地域間相互の補助金によって、パレート改善され、地域間の最適な人口配分は達成可能であることが分かる。

図1 中央政府による補助金政策



(出所) Flatters et al. (1974), p. 107, Fig. 2 を参考に筆者作成。

3 結論

本稿では、Flatters et al. (1974) をサーベイし、地域間での公共財や人口などの資源配分がパレート最適になるための条件とはどのようなものかを詳細に考察した。パレート最適条件は公共財に関するサミュエルソン条件と最適人口配分条件であった。サミュエルソン条件は地域住民の公共財供給の限界便益の和が公共財供給の限界費用に等しくなるように公共財供給量を決定すべきであるというものであった。また、最適人口配分条件は地域に1人労働者が流入した際の地域へ与える限界便益と限界費用の差が地域間で等しくなるように人口が配分されるべきというものであった。そして、市場経済における自由な労働者による地域間の移動においては人口配分がパレート最適条件を

満たさないことが明らかにされた。これは、市場経済にける労働者はあくまでも自分自身の効用水準のみを考え地域間を移動するためであり、地域に1人労働者が流入した際の限界便益と限界費用の差である労働の純社会的限界生産物が地域間で均等させるということは考慮しないためである。労働者がこのような地域へ流入したときの限界便益と限界費用を考慮しない限り、人口は最適に配分されないことが分かった。

このような人口の非効率性を改善するために、中央政府による地域間相互の補助金が必要であることが指摘された。中央政府は土地資源が裕福な地域Aに課税し、その課税を補助金として土地資源が裕福でない地域Bに移転することで、パレート改善されることが明らかになった。このような政策により、地域Bの効用水準は上昇し、地域Aの効用水準は低下するが、地域間住民移動の結果、政策前よりも政策後の方が両地域の効用水準が上昇していることが明らかになった。このような中央政府によるパレート改善が可能であるためには一定の条件が必要であるものの、中央集権的な補助金制度であるわが国においては重要な政策的含意を持っているものと考えられる。わが国における補助金政策が効率的であるのか否かを考察するためには、地域における間接効用関数を実際の現実的なデータにおいて推計する必要がある。図1において議論したように、わが国の地方交付税交付金などの補助金によって、地域の間接効用関数がどのようにシフトしているのか、また、その結果、全地域の効用水準が住民移動によって上昇しているのか否かを実証的に検証することが重要である。

付録A 1 地域経済のパレート最適条件の導出

ここでは、1地域のみを経済におけるパレート最適条件を導出する。最初にラグランジュ関数(2.2)式を操作変数で偏微分し、1階の条件式を求める。1階の条件式群は以下のように導出される¹¹。

$$L_{C_N} \equiv U_{C_N/N} \frac{1}{N} - \lambda_2 = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$L_{C_R} \equiv -\lambda_1 U_{C_R/R} \frac{1}{R} - \lambda_2 = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$L_P \equiv U_P - \lambda_1 U_P - \lambda_2 = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$L_N \equiv U_{C_N/N} \cdot -\frac{C_N}{N} \frac{1}{N} + \lambda_2 F_N = 0 \quad (\text{A.4})$$

¹¹ ラグランジュ関数の偏微分は、 $L_{C_N/N} \equiv \partial L / \partial (C_N/N)$, $L_{C_R/R} \equiv \partial L / \partial (C_R/R)$, $L_P \equiv \partial L / \partial P$, $L_N \equiv \partial L / \partial N$, $L_k \equiv \partial L / \partial \lambda_k (k=1,2)$ のように置いている。

$$L_{\lambda_1} \equiv U^0 - U(C_R/R, P) = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$L_{\lambda_2} \equiv F(N, S) - C_N - C_R - P = 0 \quad (\text{A.6})$$

上記のように導出された1階の条件式群から、公共財供給に関するパレート最適条件を導出する。最初に (A.1) 式を次のように整理する。

$$\lambda_2 = U_{C_N/N} \frac{1}{N} \quad (\text{A.7})$$

(A.7) 式を (A.3) 式へ代入し、整理すると次式を得る。

$$\lambda_1 = -U_{C_N/N} \frac{1}{N} \frac{1}{U_{C_R/R}} R \quad (\text{A.8})$$

(A.7) と (A.8) を (A.3) へ代入し、整理すると次式を得る。

$$N \frac{U_P}{U_{C_N/N}} + R \frac{U_P}{U_{C_R/R}} = 1 \quad (\text{A.12})$$

(A.12) 式はサミュエルソン条件である。

次に最適人口配分条件を導出する。(A.7) 式を (A.4) 式に代入すると次式ようになる。

$$\lambda_2 \cdot -\frac{C_N}{N} + \lambda_2 F_N = 0 \quad (\text{A.13})$$

(A.13) 式を次式のように整理する。

$$\lambda_2 \left(F_N - \frac{C_N}{N} \right) = 0 \quad (\text{A.14})$$

通常、ラグランジュ乗数はゼロではない。すなわち、 $\lambda_2 \neq 0$ であるので、(A.14) 式が満たされるときには、左辺丸括弧内がゼロとならなければならない。したがって、次式を得ることができる。

$$F_N - \frac{C_N}{N} = 0 \quad (\text{A.15})$$

このように、1地域のパレート最適条件であるサミュエルソン条件と最適人口配分条件が導出された。

付録B ヘンリー・ジョージ定理に関する解説

ヘンリー・ジョージ定理に関して解説を行う。1地域のみの経済における資源制約は次式である。

$$Y = C_N + C_R + P \quad (\text{B.1})$$

また、この経済の生産関数は (2.1) 式より、

$$Y = F(N, S) \quad (\text{B.2})$$

である。生産関数の1次同次性より次式を得ることができる。

$$F(N, S) = NF_N + SF_S \quad (\text{B.3})$$

(B.1) を (B.3) 式に代入すると次式ようになる。

$$NF_N + SF_S = C_N + C_R + P \quad (\text{B.4})$$

最適な人口配分を達成するための必要条件は、 $NF_N = C_N$ であった。これと (B.4) 式を合わせて考察すると、

$$SF_S = C_R + P \quad (\text{B.5})$$

を得る。

付録C 2地域からなる経済のパレート最適条件の導出

2地域からなる経済におけるパレート最適条件を導出する。最初にラグランジュ関数 (2.5) 式を操作変数で偏微分し、1階の条件式を求める。1階の条件式群は以下のように導出される¹²。

$$L_{C_A} \equiv U_1^A \frac{1}{N_A} + \lambda_1 U_1^A \frac{1}{N_A} - \lambda_3 = 0 \quad (\text{C.1})$$

$$L_{C_B} \equiv -\lambda_1 U_1^B \frac{1}{N_B} - \lambda_3 = 0 \quad (\text{C.2})$$

$$L_{C_R} \equiv \lambda_2 U_1^R \frac{1}{R} - \lambda_3 = 0 \quad (\text{C.3})$$

$$L_{P_A} \equiv U_2^A + \lambda_1 U_2^A + \lambda_2 U_2^R - \lambda_3 = 0 \quad (\text{C.4})$$

$$L_{P_B} \equiv -\lambda_1 U_2^B - \lambda_3 = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$L_{N_A} \equiv U_1^A \cdot -\frac{C_A}{N_A} \frac{1}{N_A} + \lambda_1 U_1^A \cdot -\frac{C_A}{N_A} \frac{1}{N_A} + \lambda_3 F_N^A - \lambda_4 = 0 \quad (\text{C.6})$$

$$L_{N_B} \equiv -\lambda_1 U_1^B \cdot -\frac{C_B}{N_B} \frac{1}{N_B} + \lambda_3 F_N^B - \lambda_4 = 0 \quad (\text{C.7})$$

$$L_{\lambda_1} \equiv U^A(C_A/N_A, P_A) - U^B(C_B/N_B, P_B) = 0 \quad (\text{C.8})$$

$$L_{\lambda_2} \equiv U^0 - U(C_R/R, P_A) = 0 \quad (\text{C.9})$$

$$L_{\lambda_3} \equiv F^A(N_A, S_A) + F^B(N_B, S_B) - (C_A + C_B + C_R + P_A + P_B) = 0 \quad (\text{C.10})$$

¹² ラグランジュ関数の偏微分は、 $L_{C_i} \equiv \partial L / \partial C_i$, $L_{C_r} \equiv \partial L / \partial C_r$, $L_{P_i} \equiv \partial L / \partial P_i$, $L_{N_i} \equiv \partial L / \partial N_i$, $L_{\lambda_k} \equiv \partial L / \partial \lambda_k$, $i = A, B$, $k = 1, 2, 3, 4$ のように置いている。

$$L_{\lambda_4} \equiv N - (N_A + N_B) = 0 \quad (\text{C.11})$$

上記のように導出された1階の条件式群から、公共財供給に関するのパレート最適条件を導出する。(C.3) 式を次のように整理する。

$$\lambda_2 = \lambda_3 \frac{1}{U_1^R} R \quad (\text{C.12})$$

(C.12) 式を (C.1) 式へ代入し、整理すると次式を得る。

$$\lambda_1 = \lambda_2 U_1^R \frac{N_A}{U_1^A} \frac{1}{R} - 1 \quad (\text{C.13})$$

(C.12) 式を (C.4) へ代入し整理することで次式を得る。

$$U_2^A + \lambda_1 U_2^A + \lambda_2 [U_2^R - U_1^R (1/R)] = 0 \quad (\text{C.14})$$

(C.13) 式を (C.14) 式に代入し整理すると次式を得る。

$$N_A \frac{U_2^A}{U_1^A} + R \frac{U_2^R}{U_1^R} = 1 \quad (\text{C.15})$$

(C.15) 式は地域Aにおけるサミュエルソン条件である。次に、(C.2) 式を次のように整理する。

$$\lambda_1 U_1^B \frac{1}{N_B} = \lambda_3 \quad (\text{C.16})$$

(C.5) 式を次のように整理する。

$$\lambda_1 U_2^B = -\lambda_3 \quad (\text{C.17})$$

(C.16) を (C.17) 式で辺々除すと次式を得る。

$$\frac{\lambda_1 U_2^B}{\lambda_1 U_1^B \frac{1}{N_B}} = \frac{-\lambda_3}{-\lambda_3} \quad (\text{C.18})$$

(C.18) 式より次式を得ることができる。

$$N_B \frac{U_2^B}{U_1^B} = 1 \quad (\text{C.19})$$

(C.19) 式は地域Bにおけるサミュエルソン条件である。

次に最適人口配分条件を導出する。(C.6) 式と (C.7) 式より次式を得る。

$$U_1^A \cdot -\frac{C_A}{N_A} \frac{1}{N_A} + \lambda_1 U_1^A \cdot -\frac{C_A}{N_A} \frac{1}{N_A} + \lambda_3 F_N^A = -\lambda_1 U_1^B \cdot -\frac{C_B}{N_B} \frac{1}{N_B} + \lambda_3 F_N^B \quad (\text{C.20})$$

(C.20) 式を次のように整理する。

$$U_1^A \cdot -\frac{C_A}{N_A} \frac{1}{N_A} (1 + \lambda_1) + \lambda_3 F_N^A = -\lambda_1 U_1^B \cdot -\frac{C_B}{N_B} \frac{1}{N_B} + \lambda_3 F_N^B \quad (\text{C.21})$$

(C.1) 式を整理すると、

$$1 + \lambda_1 = \lambda_3 \frac{1}{U_1^A} N_A \quad (\text{C.22})$$

を得る。(C.2) 式を次式のように整理する。

$$\lambda_1 = -\lambda_3 \frac{1}{U_1^B} N_B \quad (\text{C.23})$$

(C.22) 式を (C.21) 式の左辺に、(C.23) 式を (C.21) 式の右辺に代入し整理することで次式を得る。

$$F_N^A - \frac{C_A}{N_A} = F_N^B - \frac{C_B}{N_B} \quad (\text{C.24})$$

(C.24) は 2 地域経済における最適人口配分条件である。

参考文献

- Buchanan, J. M. and R. E. Wagner (1970) "An efficiency basis for federal fiscal equalization," in: J Margolis, ed., *The Analysis of Public Output*, Columbia University Press, New York.
- Buchanan, J. M. and C. J. Goetz (1972) "Efficiency limits of fiscal mobility: An assessment of the Tiebout model," *Journal of Public Economics*, Vol. 1, pp. 25-43.
- Flatters, F., V. Henderson, and P. Mieszkowski (1974) "Public goods, efficiency, and regional fiscal equalization," *Journal of Public Economics*, Vol. 3, pp. 99-112.
- Myers, G. M. (1990) "Optimality, free mobility, and the regional authority in a federation," *Journal of Public Economics*, Vol. 43, pp. 107-121.

